

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Электростальский институт (филиал) Московского политехнического университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Электростальского института (филиала)

Московского политехнического

университета



/О.Д. Филиппова/

03.06.2026

Рабочая программа дисциплины

«Математический анализ»

Направление подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

Направленность подготовки «Роботизированные комплексы»

(набор 2026-2027 года)

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

очная, очно-заочная

Электросталь 2026

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с:

- 1) Федеральный закон Российской Федерации от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с изменениями и дополнениями);
- 2) Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (уровень бакалавриата) по направлению подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 9 августа 2021 года № 730 (далее – ФГОС ВО).
- 3) Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 05.04.2017 № 301 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры».
- 4) Учебным планом (очной, очно-заочной форм обучения) по направлению подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Рабочая программа дисциплины включает в себя оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины).

Автор: Алексеев П.Л., доцент, к.т.н., кафедры ПМИИ
(указать ФИО, ученую степень, ученое звание или должность)

Программа одобрена на заседании кафедры ПМИИ (протокол № 7 от 03.06.2026).

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Прикладная математика
и информатика», к.т.н.



/М.В. Лунева/

Руководитель образовательной программы
доцент, к.э.н.



/Н.В. Зиновьева/

Оглавление

1 Цели и задачи освоения дисциплины.....	4
2 Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.....	4
3 Структура и содержание дисциплины.....	5
3.1 Виды учебной работы и трудоемкость.....	5
3.2 Содержание разделов дисциплины.....	5
3.3 Тематика практических занятий.....	6
4 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	7
4.1 Основная литература.....	7
4.2 Дополнительная литература.....	8
4.3 Электронные образовательные ресурсы.....	8
4.4 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение.....	8
4.5 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	8
5 Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	9
6 Методические рекомендации.....	10
6.1 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины.	10
6.2 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения.	11
7 Фонды оценочных средств.....	14
7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения.....	14
7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения.....	14
7.3 Оценочные средства по дисциплине.....	23

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины «Математический анализ»:

- иметь представление о математике как об особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений;
- научить использовать методы классического математического анализа для решения задач математического моделирования, различных объектов и процессов;
- научить распознавать в конкретных прикладных (технических, социальных, экономических и т.п.) задачах математические модели из соответствующих разделов курса и проводить анализ этих моделей на основе изученных методов и приемов;
- освоение студентами современной математической культуры и математического языка, необходимых для изучения смежных и последующих дисциплин на основе принципа последовательного и непрерывного образования.

Задачи дисциплины

Достижение основной цели обеспечивается соответствием содержания разделов и тем программы «Математический анализ» задачам подготовки и уровню современных требований, предъявляемых к бакалавру; системностью и последовательностью изложения разделов и тем на лекциях и практических занятиях; повышением эффективности традиционных и применением новых методов и форм активного обучения; качественным текущим и итоговым контролем.

2 Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части (Б.1.1.17) основной образовательной программы бакалавриата направления подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Дисциплина «Математический анализ» взаимосвязана со следующими дисциплинами и практиками ООП:

- методы анализа и синтеза систем,
- физика;
- теоретическая и прикладная механика, - основы цифровой обработки сигналов.

3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины (модуля) у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Индикатор достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1. Применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет естественнонаучные и инженерные знания при решении профессиональных задач ИОПК-1.2. Применяет методы математического анализа и моделирования при решении профессиональных задач	Знать: основные положения математики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности. Уметь: использовать методы математического анализа для описания основных закономерностей, действующих в процессе изготовления продукции. Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач; методами математического анализа и моделирования.

3 Структура и содержание дисциплины

3.1 Виды учебной работы и трудоемкость

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, т.е. 144 часов (из них 108 часов – самостоятельная работа студентов очно-заочной формы и 90 очной формы обучения).

Разделы дисциплины «Математический анализ» очной формы обучения изучаются:

во 2 семестре: лекции – 18 часов, практические занятия – 36 часов, форма контроля – экзамен;

Разделы дисциплины «Математический анализ» очно-заочной формы обучения изучаются: во 2 семестре: лекции – 18 часов, практические занятия – 18 часов, форма контроля – экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Математический анализ» по срокам и видам работы отражены в Приложении А.

3.2 Содержание разделов дисциплины

Лекции

№ раздела	Основное содержание
1	Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, её геометрический и механический смысл. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Основные правила нахождения производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Функции, заданные параметрически, их дифференцирование. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций, необходимые достаточные условия. Экстремум функции. Необходимое условие, достаточные условия. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом

	интервале.
2	Функции многих переменных как функции точки. График функции двух переменных. Предел, непрерывность и дифференцируемость. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной и неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков
3	Первообразная функция и неопределённый интеграл. Основные свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование по частям и с помощью замены переменной.
4	Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл как предел интегральной суммы, теорема существования (формулировка). Основные свойства определённого интеграла, теорема о среднем. Производная от определённого интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона - Лейбница. Связь между определённым и неопределённым интегралами. Интегрирование по частям и замена переменной в определённом интеграле. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объёма тела по площадям параллельных сечений: объём тела вращения.
5	Понятие дифференциального уравнения, решение дифференциального уравнения. Понятие общего решения. Дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения, уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах
6	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений однородного дифференциального уравнения. Теорема о структуре общего решения однородного линейного дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
7	Числовые ряды. Основные понятия. Необходимый признак сходимости рядов. Признаки сравнения. Признаки сходимости рядов с положительными членами: Даламбера, Коши: радикальный и интегральный. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопередающихся рядов. Функциональные ряды. Степенные ряды. Основные свойства степенных рядов. Радиус сходимости, область сходимости степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Приближенные вычисления значений функций и интегралов с помощью степенных рядов.

3.3 Тематика практических занятий

№ раздела	План занятия, основное содержание
1.	Вычисление производной по определению. Дифференцирование простейших функций. Геометрические и физические приложения производной. Дифференцирование сложных функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя. Исследование функций на экстремум.

2	Вычисление частных производных. Дифференцирование неявных функций. Дифференцирование сложной и неявной функции. Повторное дифференцирование
3.	Метод замены переменной и интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических выражений.
4.	Способы точного вычисления определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги кривой и объемов тел вращения. Вычисление несобственных интегралов. Определенные и несобственные интегралы. Определённый интеграл в полярной системе координат
5	Решение дифференциальных уравнений 1 порядка с разделяющимися переменными и однородных. Решение линейных уравнений. Решение уравнений Бернулли. Диф. уравнения первого порядка
6	Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Действия над ними. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Неоднородные уравнения. Отыскание частного решения неоднородного линейного уравнения методом неопределенных коэффициентов.

Самостоятельная работа

Кол. час	Темы, разделы, вынесенные на самостоятельную подготовку
54/ 96	<u>Самостоятельное изучение отдельных тем курса:</u> 1. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. 2. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. 3. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом интервале. 4. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. 5. Асимптоты графика функции - вертикальная, горизонтальная и наклонная 6. Скалярное поле, линии и поверхности уровня. Производные по направлению и градиент скалярного поля. Уравнение касательной плоскости к поверхности. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума. 7. Интегрирование рациональных дробей. 8. Вычисление длины дуги кривой и объемов тел вращения. 9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. 10. Кратные интегралы. 11. Комплексные числа. Арифметические действия над ними. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. 12. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка 13. Метод вариации произвольных постоянных. Решение линейных дифференциальных уравнений 2 порядка с постоянными коэффициентами. 14. Решение систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

дисциплины

4.1 Основная литература

1.	Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебное пособие. – М.: Дело, 2008. – 720с.
2.	Дудникова Т.В., Алексеев П.Л. Высшая математика. Раздел: Аналитическая геометрия (методическое пособие № 952) - Электросталь: ЭПИ МИСиС, 2008.- 68 с.
3.	Алексеев П.Л., Попова М.А. Высшая математика. Разделы: Комплексные числа. Дифференциальные уравнения. Ряды. - ЭПИ МИСиС, ТУ, 2005. - 119 с.
4.	Дудникова Т.В., Алексеев П.Л. Теория вероятностей. Учебно-методическое пособие, части 1, 2. - ЭПИ МИСиС, 2012. - 152 с.
5.	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для вузов. – Высшая шк., 2004. - 400 с.

4.2 Дополнительная литература

1.	Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Том 1,2.- С.-П.: Оникс, 2005.- 304 с.; 416с.
2.	Шипачев, В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / Шипачев В.С. – М.: Высш. шк., 1998.- 304 с.
3.	Гопенгауз Б.Р. Высшая математика. Интегральное исчисление функций одной переменной. Учебное пособие. - Электросталь, ЭПИ МИСиС, 2011. - 130 с.
4.	Гопенгауз Б. Е. Высшая математика, Раздел: Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление, Курс лекций. - ЭПИ МИСиС, 1997. – 135с.
5.	Гопенгауз Б. Е. Высшая математика, Раздел: Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление, Учебное пособие. - ЭПИ МИСиС, 1997. – 164с.
6.	Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления в 2-х томах. - М.: Интеграл-пресс, 2005.- 432 с.

4.3 Электронные образовательные ресурсы

Учебно-методические материалы в электронном виде, представлены на сайте Электронная библиотека НТБ Московского политехнического университета <http://lib.mospolitech.ru>; <http://elib-mgup.ru>

ЭБС «Университетская книга онлайн» [http:// biblioclub.ru/](http://biblioclub.ru/);

ЭБС «Лань» www.e.lanbook.com;

Национальная электронная библиотека <https://rusneb.ru/>;

Электронно-библиотечная система и образовательная платформа «Юрайт» <https://urait.ru/>.

4.4 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

Операционная система Windows 7 DreamSpark № 9d0e9d49-31d1-494a-b303-612508131616 Офисные приложения, Microsoft Office 2013 (или ниже) – Microsoft Open License. Лицензия № 61984042

Microsoft Project 2013 Standart 32- bit/x64 Russian.

Антивирусное ПО Avast (бесплатная версия)

4.5 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1.	http://mugalim.ru
2.	http://www.mami.ru/index.php?id=238
3.	http://edu.ru/subjects/mathematics.html - российское образование, федеральный портал
4.	http://exponenta.ru/educat/links/l_catalog.asp - образовательный математический портал
5.	http://dmvn.mexmat.net/calculus.php - Ресурс рассчитан на студентов МехМата МГУ и не только. Сайт — источник многочисленных ресурсов, таких как конспекты различных лекций, и вообще всего того, что может помочь студенту в его нелёгкой жизни.
6.	www.moeobrazovanie.ru - Интернет-проект МоеОбразование.ru. Информационный ресурс для абитуриентов, их родителей, а также для студентов. Портал содержит всю интересующую информацию как по образовательным учреждениям профессионального образования страны, так и по тематике образования в целом
7.	www.mathhelpplanet.com – некоммерческий математический форум, на котором можно получить консультацию и реальную помощь в решении по практически любому вопросу, связанному с математикой и многочисленными её приложениями.
8.	www.lineyka.inf.ua - Здесь собрано много полезной информации как для школьников, студентов, так и для учителей, преподавателей
9.	http://ipim.ru - Интернет-портал интеллектуальной молодежи, который (в разделе "Мероприятия") содержит обширную и постоянно обновляемую информацию по научным мероприятиям (конференциям, семинарам, форумам и др.). Кроме того, в разделе портала "Гранты" приведена информация о различных грантах и конкурсах.
10.	www.teorver.ru - Портал, посвященный таким разделам математики, как теория вероятностей, математическая статистика, теория массового обслуживания, математическая теория телетрафика и другим приложениям теории вероятностей.
11.	http://www.eurekanet.ru - Инновационная образовательная сеть Эврика.
12.	http://www.mathtree.ru - Древовидный каталог математических ресурсов содержит информацию о кафедрах, персонах, публикациях, библиотеках, журналах и т.п.
13.	http://www.ucheba.com - Образовательный портал, ориентирован в первую очередь на тех, кто профессионально связан со сферой образования, хотя полезную для себя информацию здесь смогут найти и родители учащихся, и сами учащиеся.
14.	http://www.mathnet.ru/ - Общероссийский математический портал, предоставляющий российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
15.	http://www.artspb.com/indexkalman.html - Критерии Калмана - одна из составляющих популярной библиотеки Control в Матлаб
16.	http://onru.ru/ - Каталог сайтов. <u>Учеба.</u>
17.	http://www.uchim.utmn.ru/ - Это проект, посвящённый вопросам и процессу обучения (образования) и всему, что с ними связано.

5 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
---	---

Учебная аудитория лекционного типа № 508, учебнолабораторный корпус, 144000, Московская область, г. Электросталь, ул. Первомайская, д.7	Комплект мебели, переносной мультимедийный комплекс (проекционный экран, проектор, ноутбук)
Учебная аудитория для занятий семинарского типа № 505, учебно-лабораторный корпус, 144000, Московская область, г. Электросталь, ул. Первомайская, д.7	Комплект мебели, переносной мультимедийный комплекс (проекционный экран, проектор, ноутбук)

6 Методические рекомендации

6.1 Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по работе над конспектом лекций во время и после проведения лекции

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия: вести конспектирование учебного материала; обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению; задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Методические указания к практическим занятиям

При подготовке к практическим занятиям, обучающимся необходимо изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо освоить основные понятия и методики расчета показателей, ответить на контрольные вопросы.

В течение практического занятия студенту необходимо выполнить задания, выданные преподавателем, что зачитывается как текущая работа студента.

Методические указания по выполнению контрольной работы

Для закрепления практических навыков студентам могут быть выданы типовые индивидуальные задания, которые должны быть сданы в установленный преподавателем срок. Выполненные задания оцениваются на оценку. Цель выполнения индивидуальной контрольной работы: проверка умений и навыков самостоятельного решения конкретных задач по данному разделу дисциплины, проверка логического обоснования решения, умений применение теоретических знаний к решению задач.

Методические рекомендации для самостоятельной работы

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное изучение отдельной темы учебной дисциплины и является обязательной для каждого обучающегося, ее объем

определяется учебным планом. Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. Задачи самостоятельной работы студента:

- развитие навыков самостоятельной учебной работы;
- освоение содержания дисциплины;
- углубление содержания и осознание основных понятий дисциплины;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий для эффективной подготовки к зачету/экзамену.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы:

- самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины;
- подготовка к лекционным занятиям;
- подготовка к семинарам и практическим занятиям;
- оформление отчетов по выполненным лабораторным работам и подготовка к их защите; - выполнение расчетно-графической работы.

Для выполнения самостоятельной работы необходимо пройти следующие этапы:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе;
- выбор адекватного способа действия, ведущего к решению задачи;
- планирование работы (самостоятельной или с помощью преподавателя) над заданием; - осуществление в процессе выполнения самостоятельной работы самоконтроля (промежуточного и конечного) результатов работы и корректировка выполнения работы;
- рефлексия;
- презентация работы.

6.2 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Взаимодействие преподавателя со студентами можно разделить на несколько составляющих – лекционные, практические и лабораторные занятия и консультирование. Преподаватель должен последовательно вычитать студентам ряд лекций, в ходе которых следует сосредоточить внимание на ключевых моментах конкретного теоретического материала, а также организовать проведение практических занятий таким образом, чтобы активизировать мышление студентов, стимулировать самостоятельное извлечение ими необходимой информации из различных источников, сравнительный анализ методов решений, сопоставление полученных результатов, формулировку и аргументацию собственных взглядов на многие спорные проблемы. Перед началом преподавания преподавателю необходимо:

- изучить рабочую программу, цели и задачи дисциплины;
- четко представлять себе, какие знания, умения и навыки должен приобрести студент; - познакомиться с видами учебной работы; - изучить содержание разделов дисциплины.

В ходе лекционного занятия преподаватель должен назвать тему, учебные вопросы, ознакомить студентов с перечнем основной и дополнительной литературы по теме занятия.

Во вступительной части лекции обосновать место и роль изучаемой темы в учебной дисциплине, раскрыть ее практическое значение. Если читается не первая лекция, то необходимо увязать ее тему с предыдущей, не нарушая логики изложения учебного материала. Лекцию следует начинать, только четко обозначив её характер, тему и круг тех вопросов, которые в её ходе будут рассмотрены.

В основной части лекции следует раскрывать содержание учебных вопросов, акцентировать внимание студентов на основных категориях, явлениях и процессах, особенностях их протекания. Раскрывать сущность и содержание различных точек зрения и научных подходов к объяснению тех или иных явлений и процессов. Следует аргументировано обосновать собственную позицию по спорным теоретическим вопросам. Приводить примеры. Задавать по ходу изложения лекционного материала риторические вопросы и самому давать на них ответ. Это способствует активизации мыслительной деятельности студентов, повышению их внимания и интереса к материалу лекции, ее содержанию. Преподаватель должен руководить работой студентов по конспектированию лекционного материала, подчеркивать необходимость отражения в конспектах основных положений изучаемой темы, особо выделяя категорийный аппарат.

В заключительной части лекции необходимо сформулировать общие выводы по теме, раскрывающие содержание всех вопросов, поставленных в лекции. Объявить план очередного практического или лабораторного занятия, дать краткие рекомендации по подготовке студентов к практическому занятию или лабораторной работе. Определить место и время консультации студентам, пожелавшим выступить на занятии с докладами и рефератами по актуальным вопросам обсуждаемой темы.

Цель практических и лабораторных занятий - обеспечить контроль усвоения учебного материала студентами, расширение и углубление знаний, полученных ими на лекциях и в ходе самостоятельной работы. Повышение эффективности практических занятий достигается посредством создания творческой обстановки, располагающей студентов к высказыванию собственных взглядов и суждений по обсуждаемым вопросам, желанию у студентов поработать у доски при решении задач.

После каждого лекционного, лабораторного и практического занятия сделать соответствующую запись в журналах учета посещаемости занятий студентами, выяснить у старост учебных групп причины отсутствия студентов на занятиях. Проводить групповые и индивидуальные консультации студентов по вопросам, возникающим у студентов в ходе их подготовки к текущей и промежуточной аттестации по учебной дисциплине, рекомендовать в помощь учебные и другие материалы, а также справочную литературу.

Экзамен или зачет по дисциплине проводится в форме устного ответа с последующей индивидуальной беседой со студентом на основе контрольных вопросов. Оценка выставляется преподавателем и объявляется после ответа. Преподаватель, принимающий зачет или экзамен, лично несет ответственность за правильность выставления оценки.

Особенности реализации дисциплины «Математический анализ» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение по дисциплине «Математический анализ» инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (далее ОВЗ) осуществляется преподавателем с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

7 Фонды оценочных средств

7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения

Методика преподавания дисциплины «Математический анализ» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии предусматривает использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков, обучающихся:

- подготовка, представление и обсуждение презентаций на практических занятиях;
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного интернеттестирования;
- решение задач на практических занятиях.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения используются оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

разноуровневые задачи и задания, контрольная работа, устный опрос, экзамен.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются компетенции:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-1	Применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель	Критерии оценивания			
	2	3	4	5
ОПК-1. Применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности				
Знать: основные положения математики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний основных положений математики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний основных положений математики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность знаний, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями при их переносе на новые ситуации.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие знаний основных положений математики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности. Допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие необходимых знаний основных положений математики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности. Свободно оперирует приобретенными знаниями.
Уметь: использовать методы математического анализа для описания основных закономерностей, действующих в процессе изготовления продукции.	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет использовать методы математического анализа для описания основных закономерностей, действующих в процессе изготовления продукции.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие умений использовать методы математического анализа для описания основных закономерностей, действующих в процессе изготовления продукции. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие умений использовать методы математического анализа для описания основных закономерностей, действующих в процессе изготовления продукции. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие умений использовать методы математического анализа для описания основных закономерностей, действующих в процессе изготовления продукции. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
Владеть: - навыками применения современного математического инструментария для решения	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет навыками применения современного математического инструментария для решения	Обучающийся владеет навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач; методами математического анализа и моделирования. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения навыками по ряду показателей, Обучающийся	Обучающийся частично владеет навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач; методами математического анализа и моделирования. Навыки освоены, но допускаются незначительные	Обучающийся в полном объеме владеет навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач; методами математического анализа и моделирования.

профессиональных задач; - методами математического анализа и моделирования.	нальных задач; методами математического анализа и моделирования.	испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.
---	--	---	--	--

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». К промежуточной аттестации допускаются только студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное, правильное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, либо если при этом были допущены 2-3 несущественные ошибки.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, в котором освещена основная, наиболее важная часть материала, но при этом допущена одна значительная ошибка или неточность.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Фонды оценочных средств представлены в приложении Б к рабочей программе.

Очно-заочная форма обучения

Очная форма обучения

[illegible]

*** – Сокращения форм оценочных средств см. в Приложении В.**

Приложение Б к рабочей программе

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)
Электростальский институт (филиал) Московского политехнического
университета

Направление подготовки
15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

Направленность образовательной программы
«Роботизированные комплексы»

Форма обучения: очная, очно-заочная

Виды профессиональной деятельности:
проектно-конструкторская.

Кафедра: «Прикладная математика и информатика»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

«Математический анализ»

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
разноуровневые задачи и задания,
контрольная работа, устный опрос,
тестовые задания, вопросы к экзамену

Составитель: доц.

Алексеев П.Л.

Электросталь 2026

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»

Направление подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

Направленность образовательной программы

«Роботизированные комплексы»

Уровень **бакалавриат**

Форма обучения

очная, очно-заочная

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	ОПК-1	Устный опрос Решение задач Контрольная работа
2.	Дифференциальные уравнения второго порядка	ОПК-1	
3.	Ряды	ОПК-1	
	Промежуточная аттестация		Экзамен

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

«Математический анализ»				
ФГОС ВО 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств				
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие компетенции:				
КОМПЕТЕНЦИИ	Перечень компонентов	Технология формирования компетенций	Форма оценочного средства	Степени уровней освоения компетенций
ИНДЕКС ФОРМУЛИРОВКА				
ОПК-1 Применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Знать: основные положения математики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности. Уметь: использовать методы математического анализа для описания основных закономерностей, действующих в процессе изготовления продукции. Владеть: - навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач; - методами математического анализа и моделирования.	лекция, самостоятельная работа, практические занятия	УО, К/Р, Т, РЗЗ, экзамен	Базовый уровень владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины. Повышенный уровень свободно владеет математическими методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний; владеет различными способами сбора, обработки и применения математической информации;

7.3 Оценочные средства по дисциплине

«Математический анализ»

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2.	Разноуровневые задачи и задания (РЗЗ)	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач и заданий
3.	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4.	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5.	Экзамен	Итоговая форма оценки знаний. В высших учебных заведениях проводятся во время экзаменационных сессий.	Вопросы к экзамену

**Контрольные вопросы и задания для проведения промежуточной аттестации
формирование компетенций ОПК-1**

№	Вопросы
Экзамен (2 семестр)	
1.	Производная функции в точке. Геометрический смысл производной.
2.	Уравнения касательной и нормали.
3.	Формулы для производных суммы, произведения и частного функций. Примеры.
4.	Таблица производных основных элементарных функций (выписать).
5.	Производная второго порядка (определение, примеры).
6.	Формула для производной сложной функции. Примеры.
7.	Возрастание (убывание) функции. Точки экстремумов и экстремумы функции одной переменной (определения, примеры).
8.	Функция двух переменных. Область определения и множество значений. График функции двух переменных.
9.	Полное и частные приращения функции двух переменных. Частные производные (определение, примеры).
10.	Частные производные высших порядков функции двух переменных (определения). Примеры вычисления частных производных второго порядка функции двух переменных.
11.	Точки экстремумов и экстремумы функции двух переменных.
12.	Первообразная. Теорема о разности двух первообразных.
13.	Неопределенный интеграл. Определение и основные свойства.
14.	Таблица основных неопределенных интегралов.
15.	Интегрирование с помощью тождественных преобразований подынтегрального выражения.
16.	Интегрирование методом разложения в алгебраическую сумму (на конкретных примерах).
17.	Интегрирование подведением под знак дифференциала (на конкретных примерах).
18.	Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
19.	Замена переменной в неопределенном интеграле (на конкретных примерах).
20.	Неопределенный интеграл от простейших дробей 1-го и 2-ого типа.
21.	Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
22.	Замена переменной в определенном интеграле (формула, примеры).
23.	Интегрирование по частям в определенном интеграле (формула, примеры).
24.	Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
25.	Вычисление длин кривых с помощью определенного интеграла.
26.	Несобственные интегралы с бесконечными пределами (определение, примеры).
27.	Понятие дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Общее решение уравнения.
28.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши.
29.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
30.	Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка (однородные и неоднородные). Метод Лагранжа.
31.	Уравнение Бернулли.
32.	Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
33.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

34.	Основные понятия теории вероятностей: случайное событие, вероятность события. Классическое определение вероятности и непосредственный подсчет вероятностей.
35.	Противоположные случайные события. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
36.	Формулы полной вероятности и Байеса.
37.	Повторные испытания. Формула Бернулли.
38.	Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
39.	Случайные величины. Дискретная случайная величина. Законы распределения вероятностей дискретной случайной величины: биномиальный, Пуассона, геометрический и гипергеометрический.
40.	Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичный разброс случайной величины. Теоремы для этих числовых характеристик.
41.	Непрерывная случайная величина. Функция распределения. Плотность распределения. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.
42.	Нормальный закон распределения.
43.	Пара случайных величин: таблица распределения вероятности, интервальное распределение на координатной плоскости. Условные вероятности.
44.	Основные задачи математической статистики. Гистограммы сгруппированных данных.
45.	Точечные оценки центра распределения и дисперсии, их несмещенность.
46.	Интервальные доверительные оценки параметров нормального распределения. Доверительные оценки для вероятности.
47.	Определение выборочной линейной регрессии методом наименьших квадратов. Выборочный коэффициент регрессии. Составление прямых регрессии.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля по дисциплине «Математический анализ»

Контрольные работы формирование компетенций ОПК-1

№ темы	Тематика заданий и задач для контрольных работ
--------	--

	2 семестр
	<u>«Техника интегрирования»</u>
1. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$	11. $\int \frac{dx}{x \ln 3x}$
2. $\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{\arctan^3 x}}$	12. $\int (e^x - 1)^2 dx$
3. $\int \sqrt[3]{4x+3} dx$	13. $\int \tan(3x+1) dx$
1.	

	$4. \int \frac{x + \sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ $5. \int (x+1) \cdot e^{-x} dx$ $6. \int (x^2 + 1) \cdot \cos 4x dx$ $7. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ $8. \int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ $9. \int \frac{(x^2+1)}{(x^2+4)(x-1)^2} dx$ $10. \int \frac{\sin x}{\sqrt{4-\cos^2 x}} dx$	$14. \int \ln(x+4) dx$ $15. \int \arctan \sqrt{x} dx$ $16. \int \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x dx$ $17. \int \frac{x dx}{2-6x+9x^2}$ $18. \int \frac{(3x+1) dx}{(x^2-4)(x+2)}$ $19. \int \frac{\arcsin^4(2x+1) dx}{\sqrt{1-(2x+1)^2}}$ $20. \int \frac{x \log_3(x^2-4) dx}{(x^2-4)}$
8.	«Приложения определённого интеграла» 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sqrt{9-x^2}$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq 3$). 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями $x = \sqrt{2} \cos t$, $y = 2\sqrt{2} \sin t$ ($y \geq 2$) 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах, $r = \cos 2\varphi$ 4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в прямоугольной системе координат: $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$, $-1 \leq x \leq 2$. 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями: $x = 3(2\cos t - \cos 2t)$, $y = 3(2\sin t - \sin 2t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$ 6. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в полярных координатах, $\rho = 2e^{2\varphi/3}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$. 7. Вычислить объём тел, ограниченных поверхностями, $z = x^2 + 4y^2$, $z = 2$. 8. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций: $x - x^2 - y = 0$, $2x^2 - 4x + y = 0$. Ось вращения - Ox.	
	3 семестр	
9.	«Дифференциальные уравнения первого порядка» 1) $e^y(1+x^2) dy - 2x(1+e^y) dx = 0$; 2) $x \ln y y' = x^3 y$; $y(0) = e$; 3) $\left(x - y \cos \frac{y}{x}\right) dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$; 4) $y dx + 2(\sqrt{xy} - x) dy = 0$, $y(1) = 1$; 5) $y' + y = 3x$; 6) $y' - 3y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$; 7) $y' + \frac{y}{x+1} = -\frac{1}{2}(x+1)^3 y^3$; 8) $2(y' + xy) = (x-1)e^x y^2$, $y(0) = 2$; 9) Материальная точка массы m движется по прямолинейному пути к центру, притяги-	

	$\frac{mk^2}{r}$, где r - расстояние точки от центра. Движение начинается с состояния покоя при $r = a$. Найти время, по истечении которого точка достигнет центра.
10.	«Дифференциальные уравнения второго порядка» <u>I. Диф. уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка</u> 1) $y'' = \sin^2 x \cos x$ 2) $y'' - \frac{y'}{x} = x, y(1) = 2, y'(1) = 0$ 3) $y'' = 2(y' - 1) \operatorname{ctg} x$ 4) $2y y'' = y^2 + (y')^2$ 5) $y'' = \frac{1}{2y}$ <u>II. Линейные однородные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами.</u> 1) Найти определитель Вронского для заданных систем функций. Установить, образуют ли функции фундаментальную систему решений некоторого однородного уравнения $y_1 = x, y_2 = e^x$ 2) Зная корни характеристического уравнения, написать общее решение однородного уравнения. $k_1 = 0, k_2 = 3$ 3) Найти общее решение однородного диф. уравнения. $y'' + 7y' + 6y = 0$ 4) Найти частное решение однородного диф. уравнения $y'' + 7y' + 6y = 0, y(0) = 7, y'(0) = 8$. <u>III. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2 порядка.</u> 1) Решить уравнение методом вариации произвольных постоянных $y'' - y' = \frac{1}{e^x + 1}$ 2) Определить вид частного решения, если известны корни его характеристического уравнения и правая часть а) $\lambda_1 = -1 - i, \lambda_2 = -1 + i, f(x) = A e^{-x}$ б) $\lambda_1 = 5, \lambda_2 = -5, f(x) = e^{-5x}(ax^2 + bx + c)$ в) $\lambda_1 = -i, \lambda_2 = i, f(x) = A \cos x + B \sin x$ 3) Найти общее и частное решения а) $y'' + y' - 6y = -x^2 - 15$ б) $y'' - 8y' + 12y = -65 \cos 4x$ в) $y'' + 6y' + 9y = 10 \sin x, y(0) = y'(0) = 0$ г) $y'' - y = 8e^x, y(0) = 2, y'(0) = 4$ д) $y'' - 5y' = 25(e^x + e^{-x})$ <u>IV. Решить системы дифференциальных уравнений а)</u> $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - z \\ \frac{dz}{dt} = 6z \end{cases} \quad \text{б)}$ $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 4y - z - 5x + 1 \\ \frac{dz}{dx} = y + 2z + x - 1 \end{cases}$

11.	«Ряды» 1. Найти сумму ряда $\sum_{n=9}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}$. 2. Исследовать на сходимость ряд: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$. б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)!}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$ д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(2n+1)}$ е) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$. 3. Вычислить сумму ряда с точностью α. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n^2}$, $\alpha = 0,01$. 4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} (x+3)^{2n}$. 5. Разложить функцию $\frac{9}{20-x-x^2}$ в ряд Тейлора по степеням x. 6. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,1} e^{-5x^2} dx$.
-----	---

Критерии оценки контрольной работы

Оценка	Критерий оценки
Отлично	полное, правильное выполнение заданий с отдельными недочётами; выполнение от 90% и более.
Хорошо	правильное выполнение заданий с незначительным количеством ошибок; выполнение более 75% менее 90 %.
Удовлетворительно	выполнение основной части заданий с ошибками ; выполнение более 50% менее 75 %.
Неудовлетворительно	частичное выполнение заданий (менее половины); допущение значительного количества ошибок; выполнение менее 50%.

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям
формирование компетенций ОПК-1

ЗАДАНИЕ № 1.

Дано уравнение первого порядка $x dy - y \ln \frac{y}{x} dx = 0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешённому относительно производной.

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 2.

Дано дифференциальное уравнение $y' = (k+1)x^2$, тогда функция $y = x^3$ является его решением при k , равном:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 3.

Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = x dx$ имеет вид

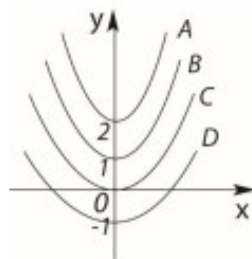
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ 2) $-\frac{1}{y} = x^2 + C$ 3) $y = \frac{x^2}{2} + C$ 4) $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$.

ЗАДАНИЕ № 4.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = 2y$; $y(1) = 1$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) D 2) C 3) A 4) B.

**ЗАДАНИЕ № 5.**

Дано дифференциальное уравнение третьего порядка $y''' = x + 2$. Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$ 2) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$

3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$

4) $y = x^4 + x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$.

ЗАДАНИЕ № 6.

Решение задачи Коши $y'' = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{x^3}{6}$ 2) $y = \frac{x^3}{6} + 2x$ 3) $y = \frac{x^3}{6} + 2x + 1$ 4) $y = \frac{x^2}{2} + 2x + 1$.

ЗАДАНИЕ № 7.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $xy'' + y' = 0$, тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 8.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = 2i$, $k_3 = k_4 = -2i$. тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 9.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1 = 1$, $y_2 = x$, $y_3 = x^2$. Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 1$, равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $1+x$ 2) $\frac{x^2}{2}$ 3) $x+\frac{x^2}{2}$ 4) $1+x+\frac{x^2}{2}$.

ЗАДАНИЕ № 10.

Общее решение дифференциального уравнения $y''' + 9y' = 0$ имеет вид:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 11.

Функция $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2 - k - 2 = 0$ 2) $k^2 + k - 2 = 0$ 3) $k^2 + 3k + 2 = 0$

4) $k^2 - 3k + 2 = 0$.

ЗАДАНИЕ № 12.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = x + 1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y_* = Ax^2 + Bx$ 2) $y_* = Ae^{2x} + Be^{3x}$ 3) $y_* = e^{2x}(Ax + B)$ 4)

$y_* = Ax + B$.

ЗАДАНИЕ № 13.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' - 5y' + 6y = \frac{e^{2x}}{1 - e^x}$. В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 14.

Решение краевой задачи $y'' = 0$, $0 \leq x \leq 1$, $y(0) = 1$, $y(1) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = x - 1$ 2) $y = x$ 3) $y = x + 1$ 4) $y = 3x + 1$.

ЗАДАНИЕ № 15.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = y_2 + 2, \\ y_2' = y_1 + 1 \end{cases}$ имеет вид:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{-x}, \\ y_2 = -C_2 e^{-x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 1, \\ y_2 = C_1 e^x - C_2 e^{-x} - 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^x, \\ y_2 = C_2 e^x - 2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^x - 1, \\ y_2 = C_2 e^x - 2. \end{cases}$

Критерии оценки:

отлично - от 90% до 100% правильных ответов; хорошо

- от 75% до 90% правильных ответов;

удовлетворительно - от 50% до 75% правильных ответов;

неудовлетворительно - менее 50% правильных ответов.

Перечень заданий и задач для решения на практических занятиях формирование компетенций ОПК-1

Интегралы

Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

$$1. \int \frac{\sqrt{\tan x} + 3}{\cos^2 x} dx \quad 2. \int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx \quad 3. \int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}} \quad 4. \int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}} dx \quad 5. \int \frac{\cos(2-5\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx \quad 6.$$

$$\int (1-3x)\cos 5x dx \quad 7. \int \arctg 2\sqrt{x} dx \quad 8. \int e^{-x} \cos 5x dx \quad 9. \int x^2 \ln(x+3) dx \quad 10. \int \frac{\cos(\ln 3x+4)}{2x} dx$$

$$11. \int (2-x) \ln \sqrt[3]{x} dx$$

$$12. \int (x^2+3x-1)3^{5x} dx \quad 13. \int 3x \sin^2 \frac{x}{3} dx \quad 14. \int (8x-3) \cos \frac{x}{4} dx \quad 15. \int (\sqrt{7}-5x) \sin x dx$$

$$16. \int (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx \quad 17. \int \frac{\arctg 2x+x}{1+4x^2} dx \quad 18. \int \frac{9(\sin x + \cos x)}{(\cos x - \sin x)^5} dx \quad 19. \int \frac{x^5 - x^4 - 4x^3 + 13x}{x(x-1)(x-2)} dx$$

$$20. \int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x - 4}{(x+1)(x-2)^2} dx \quad 21. \int \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+x+2)} dx \quad 22. \int \sin^4 2x \cos^3 2x dx \quad 23. \int \sin^2 x \cos^2 3x dx$$

$$24. \int \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{3+x^2}} dx \quad 25. \int \frac{dx}{\sqrt{x+4}-5}$$

Определенный интеграл

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси Ox , для четных вариантов – относительно оси Oy .
4. Вычислить длины дуг кривых:
 - а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
 - б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси Ox кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.
7. Решить задачу с физическим содержанием.

Условия задач

- 1) $y = x^2/2$, $y = 1/(1+x^2)$ 2) $r = \sin^3 \varphi$ 3) $x^2 = 2y$, $y = |x|$
- 4а) $y = e^x$, $0 \leq x \leq \ln 5$ 4б) $r = 3(1 - \sin \varphi)$ $-\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6$
- 5) $y = 1/x$, $3 \leq x \leq 4$ 6) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}$, $\int_0^1 x \ln^2 x dx$

7) Однородный стержень длиной $2l$ имеет массу M , материальная точка массы m расположена на серединном перпендикуляре к стержню на расстоянии B от его середины. С какой силой стержень притягивает точку?

Кратные, криволинейные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^2 dy \int_{y-2}^{2y} f(x, y) dx$.
2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4x$, $z = x$, $z = 3x$.
3. Вычислить механические характеристики пластины - условия, задающие пластину: $\triangle ABC$, $A(0;0)$, $B(-3;0)$, $C(0;1)$ Найти x_c, y_c .
4. Вычислить работу силового поля вдоль пути, задаваемого линией l в направлении возрастания параметра t : сила $\vec{F} = (x^2; y - z^2; x)$, уравнение кривой $x = t$, $y = t^3 - 1$, $z = 2t$, $0 \leq t \leq 2$.
5. Написать и проверить формулу Грина для поля $\vec{F}$ и контура треугольника ABC :
6. Координаты силы $(xy; -2x^2)$, координаты точек $A(1;1)$, $B(2;3)$, $C(0;2)$.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

Решить уравнения:

1. $(1 + \cos x) \sqrt{\sin y + 1} dx = \cos y dy / (1 + \cos x)$,
2. $(x^2 + xy) dy - (2xy + y^2) dx = 0$,
3. $(e^y + 1) dx + (\sin y + xe^y) dy = 0$,
4. Решить задачу Коши: $x y' - y = -\ln x$, $y(2) = 1$.
5. Решить уравнение $y''' - (\operatorname{ctg} x) y'' = \operatorname{ctg} x$.

Решить уравнения:

6. $y'' + 4y' = 2x^2$,

7. $y'' - 4y' = e^{2x} + \cos 2x - \sin x$,

8. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{1+x^2}}$.

9. Решить краевую задачу: $y'' - 6y' + 5y = e^{5x}(x+1)$, $y(0) = 1$,
 $y(1) = 1$.

10. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи: $y'' + 12\lambda y' + 40\lambda^2 y = 0$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$.

11. Решить уравнение $y'' + xy' + 2y = x^2$.

12. Решить систему уравнений $\begin{cases} y_1' = y_2 - 2y_1 - x^2, \\ y_2' = 4y_1 + 3x. \end{cases}$

Ряды

Исследовать на сходимость ряды

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \sin n}{n^2 + 1}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{n^2 + 10}$, 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{5^n}$, 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+3} \left(\frac{5}{7}\right)^n$,
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$, 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4}\right)^{2n}$, 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2-3}{4n^2+3}$, 9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3 3n}{n}$, 10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{(n+1) \ln^2(n+1)}$.

Выяснить, сходится ли абсолютно, условно или расходится ряд

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n (n+1)}$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(6n+2)^3}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{6^n}$, 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5n}$, 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n^2+1}}$.
 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n-1}\right)^n$.

3. Найти интервал сходимости ряда и исследовать его поведение на концах интервала

сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$.

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$, используя готовое разложение.

5. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x - \pi/2)$ функцию $f(x) = \cos x$, используя готовое разложение.

Критерии оценивания решения задачи

Оценка	Критерий оценки
Отлично	Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.
Хорошо	Составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ
Удовлетворительно	Задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задача решена не полностью или в общем виде.
Неудовлетворительно	Задача решена неправильно, или задача не решена

Устный опрос формирование компетенций ОПК-1

- 1 Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
- 2 Линии уровня функции двух переменных.
- 3 Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
- 4 Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
- 5 Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
- 6 Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
- 7 Производная функции нескольких переменных по направлению.
- 8 Производная по направлению и градиент скалярного поля.
- 9 Экстремум функции нескольких переменных.
- 10 Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.
- 11 Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
- 12 Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
- 13 Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
- 14 Интегрирование рациональных дробей.
- 15 Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
- 16 Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
- 17 Интегрирование иррациональных функций.
- 18 Универсальная тригонометрическая подстановка.
- 19 Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
- 20 Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
- 21 Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.

- 22 Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
- 23 Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
- 24 Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
- 25 Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
- 26 Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
- 27 Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
- 28 Вычисление площади поверхности тела вращения.
- 29 Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
- 30 Несобственные интегралы от разрывных функций. 31 Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы, 32 Двойной интеграл, определение и свойства.
- 33 Правила вычисления двойного интеграла.
- 34 Некоторые приложения двойного интеграла (к вычислению площадей, объемов, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести).
- 35 Тройной интеграл, определение и свойства.
- 36 Криволинейный интеграл первого типа .
- 37 Криволинейный интеграл второго типа.
- 38 Необходимое и достаточное условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
- 39 Формула Грина.
- 40 Поверхностный интеграл первого типа.
- 41 Элементы теории поля, поверхностный интеграл второго типа.
- 42 Решение дифференциальных уравнений (д.у.) 1-го порядка.
- 43 Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.
- 44 Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.
- 45 Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли.
- 46 Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.
- 47 Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n -го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.
- 48 Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

- 49 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части.
- 50 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
- 51 Решение дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами
Дифференциальное уравнение Эйлера. Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений.
- 52 Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
- 53 Сходимость числовых рядов.
- 54 Область сходимости степенного ряда.
- 55 Разложение функций в степенной ряд.
- 56 Приложения степенных рядов.

Критерии оценки устного опроса (собеседования)

Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, умеет применять теоретические сведения для анализа практического материала, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу, но затрудняется в ответах на некоторые вопросы; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, но не в полной мере отражает суть рассматриваемой проблемы, в основном умеет применять теоретические сведения для анализа практического материала, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если показаны недостаточные знания теоретического материала, основных понятий излагаемой темы, не всегда с правильным и необходимым применением специальных терминов, понятий и категорий; анализ практического материала был нечёткий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случаях, когда не выполнены условия, позволяющие выставить оценку «удовлетворительно».