

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**
**Электростальский институт (филиал)
Московского политехнического университета**



Рабочая программа дисциплины
«Линейная алгебра»

Направление подготовки
22.03.02 «Металлургия»

Направленность образовательной программы
«Обработка металлов и сплавов давлением»
(набор 2025 года)

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная, очно-заочная

Электросталь 2025

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цели дисциплины «Линейная алгебра»:

- иметь представление о математике как об особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений;
- научить использовать методы классического математического анализа для решения задач математического моделирования, различных объектов и процессов;
- научить распознавать в конкретных прикладных (технических, социальных, экономических и т.п.) задачах математические модели из соответствующих разделов курса и проводить анализ этих моделей на основе изученных методов и приемов;
- освоение студентами современной математической культуры и математического языка, необходимых для изучения смежных и последующих дисциплин на основе принципа последовательного и непрерывного образования.

Задачи дисциплины

Достижение основной цели обеспечивается соответствием содержания разделов и тем программы «Линейная алгебра» задачам подготовки и уровню современных требований, предъявляемых к бакалавру; системностью и последовательностью изложения разделов и тем на лекциях и практических занятиях; повышением эффективности традиционных и применением новых методов и форм активного обучения; качественным текущим и итоговым контролем.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части (Б1.1) основной образовательной программы бакалавриата направления подготовки 22.03.02 «Металлургия».

Дисциплина взаимосвязана со следующими дисциплинами и практиками ООП:

- физика;
- химия,
- теплофизика;
- сопротивление материалов;
- электротехника и электроника;
- метрология, стандартизация и сертификация,
- металлургическая теплотехника;
- проектная деятельность;
- гидродинамика.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины (модуля) у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<u>Индикаторы достижения компетенции</u> ИУК-1.1 анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; ИУК-1.2 находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи; ИУК-1.3 рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки;

		ИУК-1.4 грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности; ИУК-1.5 определяет и оценивает последствия возможных решений задачи; <u>В том числе:</u> Знать: основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины, роль и значение основных законов естественнонаучных дисциплин. Уметь: использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа для решения фундаментальных общинженерных задач; Владеть: методами математического анализа и моделирования фундаментальных общинженерных процессов и явлений.
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общинженерные знания	<u>Индикаторы достижения компетенции</u> ИОПК-1.1 использует основные законы дисциплин инженерно-механического модуля, основные законы естественнонаучных дисциплин, правила построения технических схем и чертежей, ИОПК-1.2 владеет основными методами интерпретации данных исследований, технико-экономического анализа, навыками составления рабочих проектов в составе творческой команды, ИОПК-1.3 знает принципиальные особенности моделирования математических, физических и химических процессов, предназначенные для конкретных технологических процессов, ИОПК-1.4 участвует, со знанием дела, в работах по совершенствованию производственных процессов с использованием экспериментальных данных и результатов моделирования, владеет навыками делового взаимодействия с сервисной службой и оце-

		нивать их рекомендации с учетом экспериментальной работы технологического отдела предприятия, ИОПК-1.5 владеет основополагающими теоретическими положениями, предусмотренные программой дисциплины, роль и значение основных законов естественнонаучных дисциплин,
--	--	---

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных единиц.

Форма обучения	курс	семестр	Трудоемкость дисциплины в часах							Форма итогового контроля
			Всего час./ зач. ед	Аудиторных часов	Лекции	Семинарские (практические) занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа	Контроль (промежуточная аттестация)	
Очная	1	1	108/3	54	18	36	-	54	18	экзамен
Очно-заочная	1	1	108/3	12	6	6	-	96		экзамен

Очная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		1	
Аудиторные занятия (всего)	54	54	
В том числе:			
Лекции	18	18	-
Практические занятия	36	36	-
Самостоятельная работа (всего)	54	54	-
В том числе:			
Подготовка к занятиям (изучение лекционного материала, литературы, законодательства, практических ситуаций)	24	24	-
Подготовка к контрольной работе, тестированию	42	42	-
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	6	6	-
Общая трудоемкость час / зач. ед.	108/3	108/3	-
Очно-заочная форма обучения			
Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		1	
Аудиторные занятия (всего)	12	12	
В том числе:			
Лекции	6	6	-
Практические занятия	6	6	-

Самостоятельная работа (всего)	96	96	-
В том числе:			
Подготовка к занятиям (изучение лекционного материала, литературы, законодательства, практических ситуаций)	24	24	-
Подготовка к контрольной работе, тестированию	18	18	-
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	26	26	-
Общая трудоемкость час / зач. ед.	108/3	108/3	-

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лек.	п/з	л/р	сам. раб		
1	Элементы линейной алгебры	1	4	8		18	Устный опрос	Экзамен
2	Элементы векторной алгебры		4	10		18		
3	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.		4	18		18	Решение задач	
4	Предел и непрерывность функции одной переменной		6			18	Контрольная работа	
	Итого 1 семестр:		18	36		72		

5. Содержание дисциплины

5.1. Лекции

№ раз-дела	№ лекции	Основное содержание
		1 семестр
1.	1-2	Определители 3-его порядка. Свойства определителей второго и третьего порядков. Сложение и умножение матриц. Обратная матрица. Обращение матриц. Решение систем 3×3 методом Крамера. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение матричных уравнений. Матричное умножение как строчное преобразование. Метод Гаусса.
2.	3-4	Предмет линейной алгебры. Геометрические вектора: линейные операции; компонентная запись; линейные комбинации векторов. Понятие n -мерного векторного пространства. Линейная независимость векторов. Скалярное произведение векторов: проекция вектора на направление, угол между векторами. Векторное произведение векторов. Свойства и геометрический смысл

3.	5-6	Задание множества точек в декартовых координатах. Уравнение плоскости в пространстве. Нормальный вектор прямой на плоскости. Взаимное расположение плоскостей в пространстве: угол и расстояние между ними. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой в пространстве: параметрический вид и общее уравнение. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Кривые и поверхности второго порядка
4.	7-9	Переменные и постоянные величины. Функции, область определения, способы задания. График функции и его построение, преобразование графиков. Основные элементарные функции. Предел, основные свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие. Формулировка теоремы существования предела для монотонной последовательности и монотонной функции. Замечательные пределы. Число e, натуральные логарифмы Сравнение бесконечно малых, эквивалентные бесконечно малые. Непрерывность функций в точке и на интервале, действия над непрерывными функциями. Формулировка основных свойств функции, непрерывных на замкнутом интервале. Точки разрыва функции.

5.2. Практические занятия

№ раз-дела	№ занятия	План занятия, основное содержание
		1 семестр
1.	1-2	Определители 2 и 3-его порядка. Сложение и умножение матриц Решение систем методом Крамера. Обратная матрица. Матричная запись системы линейных уравнений.
	3-4	Решение матричных уравнений Решение систем линейных уравнений и обращение матриц. Метод Гаусса. Общее и частное решение
2.	5-9	Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов
3.	10-13	Прямая на плоскости. Уравнение плоскости.
		Прямая в пространстве. Прямая и плоскость.
4.	14-18	Вычисление пределов последовательностей. Вычисление пределов функций. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
		Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентные функции.

5.3. Самостоятельная работа

Кол. час	Темы, разделы, вынесенные на самостоятельную подготовку
288	Самостоятельное изучение отдельных тем курса: 1. Матричные уравнения. 2. Метод Гаусса решения линейных систем.

	3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. 4. Кривые и поверхности 2 порядка. 5. Сравнение бесконечно малых, эквивалентные бесконечно малые. Непрерывность функций в точке и на интервале, действия над непрерывными функциями. 6. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. 7. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. 8. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом интервале. 9. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. 10. Асимптоты графика функции - вертикальная, горизонтальная и наклонная 11. Скалярное поле, линии и поверхности уровня. Производные по направлению и градиент скалярного поля. Уравнение касательной плоскости к поверхности. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума. 12. Интегрирование рациональных дробей. 13. Вычисление длины дуги кривой и объемов тел вращения. 14. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. 15. Кратные интегралы. 16. Комплексные числа. Арифметические действия над ними. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа. 17. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка 18. Метод вариации произвольных постоянных. Решение линейных дифференциальных уравнений 2 порядка с постоянными коэффициентами. 19. Решение систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка. 20. Функциональные ряды.
--	--

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).

Фонд оценочных средств для текущего контроля и промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине представлен в Приложении 1 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1.	Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебное пособие. – М.: Дело, 2008. – 720с.
2.	Дудникова Т.В., Караваева Н.Н. Высшая математика. Раздел: Аналитическая геометрия (методическое пособие № 952) - Электросталь: ЭПИ МИСиС, 2008.- 68 с.
3.	Караваева Н.Н., Попова М.А. Высшая математика. Разделы: Комплексные числа. Дифференциальные уравнения. Ряды. - ЭПИ МИСиС, ТУ, 2005. - 119 с.
4.	Дудникова Т.В., Караваева Н.Н. Теория вероятностей. Учебно-методическое пособие, части 1, 2. - ЭПИ МИСиС, 2012. - 152 с.
5.	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для вузов. – Высшая шк., 2004. - 400 с.

б) дополнительная литература

1.	Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Том 1,2.- С.-П.: Оникс, 2005.- 304 с.; 416с.
2.	Шипачев, В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / Шипачев В.С. – М.: Высш. шк., 1998.- 304с.
3.	Гопенгауз Б.Р. Высшая математика. Интегральное исчисление функций одной переменной. Учебное пособие. - Электросталь, ЭПИ МИСиС, 2011. - 130 с.

4.	Гопенгауз Б. Е. Высшая математика, Раздел: Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление, Курс лекций. - ЭПИ МИСиС, 1997. – 135с.
5.	Гопенгауз Б. Е. Высшая математика, Раздел: Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление, Учебное пособие. - ЭПИ МИСиС, 1997. – 164с.
6.	Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления в 2-х томах. - М.: Интеграл-пресс, 2005.- 432 с.

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы

Операционная система Windows 7 DreamSpark № 9d0e9d49-31d1-494a-b303-612508131616
Офисные приложения, Microsoft Office 2013 (или ниже) – Microsoft Open License. Лицензия № 61984042

Microsoft Project 2013 Standart 32- bit/x64 Russian.

Антивирусное ПО Avast (бесплатная версия)

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте www.mami.ru в разделе «Библиотека Московский Политех»

(<http://lib.mami.ru/ebooks/>).

www.e.lanbook.com Электронно-библиотечная система «Лань»

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» (<https://biblioclub.ru>);

Национальная электронная библиотека (<http://нэб.пф>)

ЭБС «Юрайт» (www.urait.ru)

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

1.	http://mugalim.ru
2.	http://edu.ru/subjects/mathematics.html - российское образование, федеральный портал
3.	http://exponenta.ru/educat/links/l_catalog.asp - образовательный математический портал
4.	http://dmvn.mexmat.net/calculus.php - Ресурс рассчитан на студентов МехМата МГУ и не только. Сайт — источник многочисленных ресурсов, таких как конспекты различных лекций, и вообще всего того, что может помочь студенту в его нелёгкой жизни.
5.	www.moeobrazovanie.ru - Интернет-проект МоеОбразование.ru. Информационный ресурс для абитуриентов, их родителей, а также для студентов. Портал содержит всю интересующую информацию как по образовательным учреждениям профессионального образования страны, так и по тематике образования в целом
6.	www.mathhelpplanet.com – некоммерческий математический форум, на котором можно получить консультацию и реальную помощь в решении по практически любому вопросу, связанному с математикой и многочисленными её приложениями.
7.	www.lineyka.inf.ua - Здесь собрано много полезной информации как для школьников, студентов, так и для учителей, преподавателей
8.	http://ipim.ru - Интернет-портал интеллектуальной молодежи, который (в разделе "Мероприятия") содержит обширную и постоянно обновляемую информацию по научным мероприятиям (конференциям, семинарам, форумам и др.). Кроме того, в разделе портала "Гранты" приведена информация о различных грантах и конкурсах.
9.	www.teorver.ru - Портал, посвященный таким разделам математики, как теория вероятностей, математическая статистика, теория массового обслуживания, математическая теория телеграфика и другим приложениям теории вероятностей.
10.	http://www.eurekanet.ru - Инновационная образовательная сеть Эврика.
11.	http://www.mathtree.ru - Древоидный каталог математических ресурсов содержит информацию о кафедрах, персонах, публикациях, библиотеках, журналах и т.п.
12.	http://www.ucheba.com - Образовательный портал, ориентирован в первую очередь на тех, кто профессионально связан со сферой образования, хотя полезную для себя

	информацию здесь смогут найти и родители учащихся, и сами учащиеся.
13.	http://www.mathnet.ru/ - Общероссийский математический портал, предоставляющий российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
14.	http://www.artspb.com/indexkalman.html - Критерии Калмана - одна из составляющих популярной библиотеки Control в Матлаб
15.	http://onru.ru/ - Каталог сайтов. <u>Учеба.</u>
16.	http://www.uchim.utmn.ru/ - Это проект, посвящённый вопросам и процессу обучения (образования) и всему, что с ними связано.
17.	http://elibrary.ru/ - Научная электронная библиотека.
18.	http://www.scintific.narod.ru/ - собрание ссылок на научные поисковые системы, электронные архивы, библиографические базы данных научной литературы.
19.	http://www.ed.vseved.ru/ - всё об образовании; информация о вузах, школах, курсах.
20.	http://www.maoo.ru/show.asp - Международная академия открытого образования.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

№ п/п	Наименование дисциплины (модуля), практик в соответствии с учебным планом	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
5.	Математика	Учебная аудитория лекционного типа на 38 посадочных мест № 1403, учебно-лабораторный корпус, 144000, Московская область, г.Электросталь, ул.Первомайская, д.7	Комплект мебели, переносной мультимедийный комплекс (проекционный экран, проектор, ноутбук)
		Учебная аудитория для занятий семинарского типа № 1505, учебно-лабораторный корпус, 144000, Московская область, г.Электросталь, ул.Первомайская, д.7	Комплект мебели, переносной мультимедийный комплекс (проекционный экран, проектор, ноутбук)

9. Образовательные технологии

Методика преподавания дисциплины «Математика» и реализация компетентного подхода в изложении и восприятии предусматривает использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: www.fero.ru, www.i-exam.ru;
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного интернет-тестирования;
- решение задач.

10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

10.1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по работе над конспектом лекций во время и после проведения лекции

В ходе лекционных занятий обучающимся рекомендуется выполнять следующие действия: вести конспектирование учебного материала; обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации по их применению; задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Методические указания к практическим занятиям

При подготовке к практическим занятиям, обучающимся необходимо изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо освоить основные понятия и методики расчета показателей, ответить на контрольные вопросы.

В течение практического занятия студенту необходимо выполнить задания, выданные преподавателем, что зачитывается как текущая работа студента.

Методические указания по выполнению контрольной работы

Для закрепления практических навыков студентам могут быть выданы типовые индивидуальные задания, которые должны быть сданы в установленный преподавателем срок. Выполненные задания оцениваются на оценку.

Цель выполнения индивидуальной контрольной работы: проверка умений и навыков самостоятельного решения конкретных задач по данному разделу дисциплины, проверка логического обоснования решения, умений применения теоретических знаний к решению задач.

Методические рекомендации для самостоятельной работы

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа направлена на самостоятельное изучение отдельной темы учебной дисциплины и является обязательной для каждого обучающегося, ее объем определяется учебным планом. Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию. Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Задачи самостоятельной работы студента:

- развитие навыков самостоятельной учебной работы;
- освоение содержания дисциплины;
- углубление содержания и осознание основных понятий дисциплины;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий для эффективной подготовки к зачету/экзамену.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы:

- самостоятельное изучение отдельных тем дисциплины;
- подготовка к лекционным занятиям;
- подготовка к семинарам и практическим занятиям;
- оформление отчетов по выполненным лабораторным работам и подготовка к их защите;
- выполнение расчетно-графической работы.

Для выполнения любого вида самостоятельной работы необходимо пройти следующие этапы:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе;
- выбор адекватного способа действия, ведущего к решению задачи;
- планирование работы (самостоятельной или с помощью преподавателя) над заданием;
- осуществление в процессе выполнения самостоятельной работы самоконтроля (промежуточного и конечного) результатов работы, и корректировка выполнения работы;
- рефлексия;
- презентация работы.

10.2. Методические рекомендации для преподавателя

Взаимодействие преподавателя со студентами можно разделить на несколько составляющих – лекционные, практические и лабораторные занятия и консультирование.

Преподаватель должен последовательно вычитать студентам ряд лекций, в ходе которых следует сосредоточить внимание на ключевых моментах конкретного теоретического материала, а также организовать проведение практических занятий таким образом, чтобы активизировать мышление студентов, стимулировать самостоятельное извлечение ими необходимой информации из различных источников, сравнительный анализ методов решений, сопоставление полученных результатов, формулировку и аргументацию собственных взглядов на многие спорные проблемы.

Перед началом преподавания преподавателю необходимо:

- изучить рабочую программу, цели и задачи дисциплины;
- четко представлять себе, какие знания, умения и навыки должен приобрести студент;
- познакомиться с видами учебной работы;
- изучить содержание разделов дисциплины.

В ходе лекционного занятия преподаватель должен назвать тему, учебные вопросы, ознакомить студентов с перечнем основной и дополнительной литературы по теме занятия.

Во вступительной части лекции обосновать место и роль изучаемой темы в учебной дисциплине, раскрыть ее практическое значение. Если читается не первая лекция, то необходимо увязать ее тему с предыдущей, не нарушая логики изложения учебного материала. Лекцию следует начинать, только четко обозначив её характер, тему и круг тех вопросов, которые в её ходе будут рассмотрены.

В основной части лекции следует раскрывать содержание учебных вопросов, акцентировать внимание студентов на основных категориях, явлениях и процессах, особенностях их протекания. Раскрывать сущность и содержание различных точек зрения и научных подходов к объяснению тех или иных явлений и процессов. Следует аргументировано обосновать собственную позицию по спорным теоретическим вопросам. Приводить примеры. Задавать по ходу изложения лекционного материала риторические вопросы и самому давать на них ответ. Это способствует активизации мыслительной деятельности студентов, повышению их внимания и интереса к материалу лекции, ее содержанию. Преподаватель должен руководить работой студентов по конспектированию лекционного материала, подчеркивать необходимость отражения в конспектах основных положений изучаемой темы, особо выделяя категорийный аппарат.

В заключительной части лекции необходимо сформулировать общие выводы по теме, раскрывающие содержание всех вопросов, поставленных в лекции. Объявить план очередного практического или лабораторного занятия, дать краткие рекомендации по подготовке студентов к практическому занятию или лабораторной работе. Определить место и время консультации студентам, пожелавшим выступить на занятии с докладами и рефератами по актуальным вопросам обсуждаемой темы.

Цель практических и лабораторных занятий - обеспечить контроль усвоения учебного материала студентами, расширение и углубление знаний, полученных ими на лекциях и в ходе самостоятельной работы. Повышение эффективности практических занятий достигается посредством создания творческой обстановки, располагающей студентов к высказыванию собственных взглядов и суждений по обсуждаемым вопросам, желанию у студентов поработать у доски при решении задач.

После каждого лекционного, лабораторного и практического занятия сделать соответствующую запись в журналах учета посещаемости занятий студентами, выяснить у старост учебных групп причины отсутствия студентов на занятиях. Проводить групповые и индивидуальные консультации студентов по вопросам, возникающим у студентов в ходе их подготовки к текущей и промежуточной аттестации по учебной дисциплине, рекомендовать в помощь учебные и другие материалы, а также справочную литературу.

Экзамен или зачет по дисциплине проводится в форме устного ответа с последующей индивидуальной беседой со студентом на основе контрольных вопросов. Оценка выставляется преподавателем и объявляется после ответа. Преподаватель, принимающий зачет или экзамен, лично несет ответственность за правильность выставления оценки.

11. Особенности реализации дисциплины «Математика» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение по дисциплине инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется преподавателем с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 22.03.02 «Металлургия»

Программа обсуждена на заседании кафедры «Прикладная математика и информатика»
утв 23.06.2025 протокол № 11

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

**Электростальский институт (филиал)
Московского политехнического университета**

Направление подготовки
22.03.02 «Металлургия»

Направленность образовательной программы
«Обработка металлов и сплавов давлением»

Форма обучения: очная, заочная

Виды профессиональной деятельности:
технологический;
организационно-управленческий;
проектный

Кафедра: «Прикладная математика и информатика»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Линейная алгебра»**

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины. Формы контроля формирования компетенций

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

2. Показатели и критерии оценивания компетенций при изучении дисциплины, описание шкал оценивания

2.1 Критерии оценки ответа на экзамене

Показатель	Критерии оценивания			
	2	3	4	5
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач			
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания			
Знать: основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины, роль и значение основных законов естественнонаучных дисциплин.	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний основополагающих теоретических положений, предусмотренные программой дисциплины, роли и значения основных законов естественнонаучных дисциплин.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний основополагающих теоретических положений, предусмотренные программой дисциплины, роли и значения основных законов естественнонаучных дисциплин. Допускаются значительные ошибки, прояв-	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие знаний основополагающих теоретических положений, предусмотренные программой дисциплины, роли и значения основных законов естественнонаучных дисциплин. Допускаются незначительные ошибки, неточ-	Обучающийся демонстрирует полное соответствие необходимых знаний основополагающих теоретических положений, предусмотренные программой дисциплины, роли и значения основных законов естественнонаучных дисциплин. Свободно оперирует приоб-

		ляется недостаточность знаний, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями при их переносе на новые ситуации.	ности, затруднения при аналитических операциях.	ретенными знаниями.
Уметь:				
использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа для решения фундаментальных общеинженерных задач.	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа для решения фундаментальных общеинженерных задач.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие умений использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа для решения фундаментальных общеинженерных задач. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие умений использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа для решения фундаментальных общеинженерных задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие умений использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа для решения фундаментальных общеинженерных задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
Владеть:				
методами математического анализа и моделирования фундаментальных	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет методами математи-	Обучающийся владеет методами математического анализа и моделирования фундамен-	Обучающийся частично владеет методами математического анализа и моделирования	Обучающийся в полном объеме владеет методами математического анализа и моделирова-

общеинженерных процессов и явлений.	ческого анализа и моделирования фундаментальных общеинженерных процессов и явлений.	тальных общеинженерных процессов и явлений. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения навыками по ряду показателей, Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	фундаментальных общеинженерных процессов и явлений. Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	ния фундаментальных общеинженерных процессов и явлений. Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.
-------------------------------------	---	---	--	--

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачёта проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено».

К промежуточной аттестации допускаются только студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

Шкала оценивания	Описание
Зачтено	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Не зачтено	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

К промежуточной аттестации допускаются только студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное, правильное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, либо если при этом были допущены 2-3 несущественные ошибки.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, в котором освещена основная, наиболее важная часть материала, но при этом допущена одна значительная ошибка или неточность.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

1. Методические материалы (типовые контрольные задания), определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Контрольные задания, применяемые в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине, носят универсальный характер и предусматривают возможность комплексной оценки всего набора заявленных по данной дисциплине индикаторов сформированности компетенций.

Контрольные вопросы и задания для проведения промежуточной аттестации

№	Вопросы
Экзамен (1 семестр)	
1.	Определение вектора. Операция сложения векторов и операция умножения геометрического вектора на вещественное число. Правило треугольника и правило параллелограмма.
2.	Компланарность и коллинеарность векторов, орт и модуль вектора.
3.	Алгебраические свойства линейных операций над векторами.
4.	Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
5.	Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по данному базису.
6.	Определение операции скалярного умножения векторов. Свойства скалярного произведения векторов.
7.	Выражение длины вектора и угла между векторами через скалярное произведение векторов.
8.	Выражение скалярного произведения через координаты векторов-сомножителей относительно ортонормированного (стандартного) базиса.
9.	Матрицы, типы матриц (определения, примеры). Линейные операции над матрицами: операция сложения матриц и операция умножения матрицы на число. Их свойства (формулировки без доказательств).
10.	Определения операции транспонирования и операции умножения матриц и их свойства (формулировки без доказательств).
11.	Ранг матрицы
12.	Элементарные преобразования матрицы.
13.	Нахождение ранга матрицы путем приведения ее к ступенчатому виду (на примере конкретной матрицы).
14.	Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядка.
15.	Определители квадратных матриц произвольного порядка.
16.	Определения минора и алгебраического дополнения элемента матрицы.
17.	Свойства определителей (формулировки, примеры использования свойств определителей).
18.	Обратная матрица и метод ее нахождения (формулировка алгоритма).
19.	Системы линейных уравнений и их классификация по числу решений (совместные, несовместные, определенные, неопределенные), примеры
20.	Необходимое и достаточное условие совместности системы линейных уравнений (без доказательства).
21.	Общая теория решения систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Примеры.
22.	Матричная форма записи системы линейных уравнений. Решение линейных матричных уравнений. Решение определенной системы линейных уравнений матричным способом.
23.	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Примеры.
24.	Координатная плоскость. Уравнение прямой в канонической и параметрической формах (вывод уравнений, геометрический смысл коэффициентов, примеры).
25.	Угол между прямыми на плоскости.
26.	Параллельность и перпендикулярность прямых на плоскости.
27.	Уравнения плоскости в пространстве (вывод уравнения, геометрический смысл коэффициентов).
28.	Уравнения прямой в пространстве (вывод уравнения, геометрический смысл коэф-

	фициентов).
29.	Угол между прямыми в пространстве.
30.	Угол между плоскостями
31.	Угол между прямой и плоскостью.
32.	Параллельность и перпендикулярность прямых в пространстве.
33.	Параллельность и перпендикулярность плоскостей.
34.	Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве.
35.	Понятие о кривых 2-го порядка на плоскости.
36.	Понятие функции одной переменной. Область определения и множество значений функции.
37.	Способы задания функций. График функции.
38.	Основные свойства функций: четность (нечетность), ограниченность, периодичность, монотонность.
39.	Классификация функций: алгебраические и трансцендентные. Суперпозиция функций. Обратная функция.
40.	Основные элементарные функции (примеры). Их свойства и графики.
41.	Числовая последовательность. Предел последовательности.
42.	Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке (определения). Примеры.
43.	Бесконечно малые величины и их свойства. Теорема о связи между пределом функции и бесконечно малой величиной.
44.	Бесконечно большие величины и их свойства. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
45.	Предел суммы и произведения функций, предел частного.
46.	Примеры использования теорем для вычисления конкретных пределов.
47.	Приращение функции в точке (определение, примеры). Теорема о непрерывности элементарных функций в точке.
48.	Непрерывность суммы, произведения, частного непрерывных функций.
49.	Примеры вычисления пределов непрерывных функций.
50.	Первый замечательный предел.
51.	Второй замечательные предел.
52.	Точки разрыва функции и их классификация (определения, примеры).
53.	Непрерывность функций на промежутке.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля

№ темы	Тематика заданий и задач для контрольных работ
	1 семестр
1.	«Матрицы и системы линейных уравнений» 1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$. 2. Решить матричное уравнение: $X \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$. 3. Вычислить обратную матрицу для матрицы А двумя способами и выполнить провер-

	ку: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -6 & 3 \end{pmatrix}$. 4. Решить систему уравнений тремя способами (по формулам Крамера, методом Гаусса и с помощью обратной матрицы): $\begin{cases} 6x + 3y + 5z = 8 \\ 3x + 2y + 4z = 9 \\ 4x + 3y + 7z = 13 \end{cases}$
2.	«Векторная алгебра» 1. Коллинеарны ли векторы $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_2$, построенные по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$? $\vec{a} = \{1, -2, 3\}$, $\vec{b} = \{3, 0, -1\}$, $\vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a}$. 2. Написать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}$, $\vec{q}$ и $\vec{r}$: $\vec{x} = \{-2, 4, 7\}$, $\vec{p} = \{0, 1, 2\}$, $\vec{q} = \{1, 0, 1\}$, $\vec{r} = \{-1, 2, 4\}$. 3. Найти косинус угла между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$, если $A = (1, -2, 3)$, $B = (0, -1, 2)$, $C = (3, -4, 5)$. 4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$, $\vec{p} = 1$, $\vec{q} = 2$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \pi/6$. 5. Компланарны ли векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$? $\vec{a} = \{2, 3, 1\}$, $\vec{b} = \{-1, 0, -1\}$, $\vec{c} = \{2, 2, 2\}$. 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$. $A_1 = (1, 3, 6)$, $A_2 = (2, 2, 1)$, $A_3 = (-1, 0, 1)$, $A_4 = (-4, 6, -3)$.
3.	«Аналитическая геометрия» 1. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(1, -3)$ перпендикулярно вектору $\vec{a} = (4; 2)$. 2. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через три точки M_1, M_2, M_3: $M_1(-1; 2; -3)$, $M_2(4; -1; 0)$, $M_3(2; 1; -2)$, $M_0(1; -6; -5)$. 3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\overline{BC}$, если $A(-1; 3; 4)$, $B(-1; 5; 0)$, $C(2; 6; 1)$. 4. Найти угол между плоскостями $x - 3y + z = 1 = 0$ и $x + z - 1 = 0$. 5. Найти координаты точки A, равноудаленной от точек B и C: $A(0, 0, z)$, $B(3, 3, 1)$, $C(4, 1, 2)$. 6. Написать канонические уравнения прямой: $x - 3y + 2z + 2 = 0$, $x + 3y + z + 14 = 0$. 7. Найти точку пересечения прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}$ и плоскости $x + 2y - 5z + 20 = 0$. 8. Найти точку M_1, симметричную точке $M(2, -1, 1)$ относительно прямой $\frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}$.
4.	«Пределы» 1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3+1}-x}{\sqrt[4]{x^6+x}}$ 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2+x} - x \right)$ 3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-2}{3x^3-7x-10}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 4x}{x \cdot \arctg 2x}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan(\pi(x-2))}{x^2-4}$ 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+4} \right)^{x+1}$

	7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-5}{x+4} \right)^{2x+4}$ 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1+3x)}{\arcsin 4x}$ 9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x-1)}$ 10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctan x}{2-x}$ 11. $\lim_{x \rightarrow -0} 3^{\frac{1}{x}}$ 12. Исследовать на непрерывность $y = \frac{x}{x+1}$ 13. При каком значении a функция непрерывна $y = \begin{cases} \sin 2x & \text{при } x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^3 - a & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$
5.	«Производные» 1. Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0, если $y = \frac{4x - x^2}{4}, x_0 = 2$ 2. Найти производную: $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$. 3. Найти производную y'_x, если $x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right)$. 4. Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра $t = t_0$: $\begin{cases} x = a \sin^3 t, \\ y = a \cos^3 t, t_0 = \pi/3. \end{cases}$ 5. Найти производную указанного порядка. $y = (2x^2 - 7)\ln(x-1), y^5 = ?$ 6. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t. \end{cases}$ 7. Показать, что функция $y = xe^{-x^2/2}$ удовлетворяет уравнению $xy' = (1 - x^2)y$.
6.	«Частные производные» 1. $z = ue^{u/v}$, где $u = x^2 + y^2, v = xy$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ 1. $xy - \ln(x + y^2) = 0$. Найти $\frac{dy}{dx}$ 2. $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ 3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - xy - 5y + 4x - 13$.

Критерии оценки контрольной работы

Оценка

Отлично

Хорошо

Критерий оценки

полное, правильное выполнение заданий с отдельными недочётами; выполнение от 90% и более.

правильное выполнение заданий с незначительным количеством ошибок; выполнение более 75% менее 90 %.

Удовлетворительно	выполнение основной части заданий с ошибками ; выполнение более 50% менее 75 %.
Неудовлетворительно	частичное выполнение заданий (менее половины); допущение значительного количества ошибок; выполнение менее 50%.

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ЗАДАНИЕ № 1.

Дано уравнение первого порядка $xdy - y \ln \frac{y}{x} dx = 0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешённому относительно производной.

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 2.

Дано дифференциальное уравнение $y' = (k+1)x^2$, тогда функция $y = x^3$ является его решением при k , равном:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 3.

Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = x dx$ имеет вид

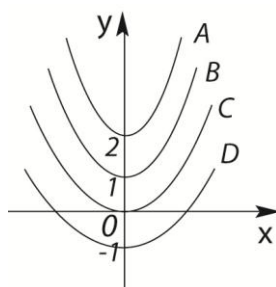
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) -\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C \quad 2) -\frac{1}{y} = x^2 + C \quad 3) y = \frac{x^2}{2} + C \quad 4) \frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C.$$

ЗАДАНИЕ № 4.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = 2y$; $y(1) = 1$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) D 2) C 3) A 4) B.



ЗАДАНИЕ № 5.

Дано дифференциальное уравнение третьего порядка $y''' = x + 2$. Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C \quad 2) y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$$

$$3) y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$$

$$4) y = x^4 + x^3 + C_1 x^2 + C_2 x + C_3.$$

ЗАДАНИЕ № 6.

Решение задачи Коши $y'' = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) y = \frac{x^3}{6} \quad 2) y = \frac{x^3}{6} + 2x \quad 3) y = \frac{x^3}{6} + 2x + 1 \quad 4) y = \frac{x^2}{2} + 2x + 1.$$

ЗАДАНИЕ № 7.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $xy'' + y' = 0$, тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 8.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = 2i$, $k_3 = k_4 = -2i$. тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 9.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1 = 1$, $y_2 = x$, $y_3 = x^2$. Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 1$, равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) 1 + x \quad 2) \frac{x^2}{2} \quad 3) x + \frac{x^2}{2} \quad 4) 1 + x + \frac{x^2}{2}.$$

ЗАДАНИЕ № 10.

Общее решение дифференциального уравнения $y''' + 9y' = 0$ имеет вид:

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 11.

Функция $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) k^2 - k - 2 = 0 \quad 2) k^2 + k - 2 = 0 \quad 3) k^2 + 3k + 2 = 0 \\ 4) k^2 - 3k + 2 = 0.$$

ЗАДАНИЕ № 12.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = x + 1$ по виду его правой части соответствует функция

$$\text{ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: } 1) y_* = Ax^2 + Bx \quad 2) y_* = Ae^{2x} + Be^{3x} \quad 3) y_* = e^{2x}(Ax + B) \quad 4) y_* = Ax + B.$$

ЗАДАНИЕ № 13.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициен-

тами $y'' - 5y' + 6y = \frac{e^{2x}}{1 - e^x}$. В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ № 14.

Решение краевой задачи $y'' = 0$, $0 \leq x \leq 1$, $y(0) = 1$, $y(1) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) $y = x - 1$ 2) $y = x$ 3) $y = x + 1$ 4) $y = 3x + 1$.

ЗАДАНИЕ № 15.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = y_2 + 2, \\ y_2' = y_1 + 1 \end{cases}$ имеет вид:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{-x}, \\ y_2 = -C_2 e^{-x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 1, \\ y_2 = C_1 e^x - C_2 e^{-x} - 2 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^x, \\ y_2 = C_2 e^x - 2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^x - 1, \\ y_2 = C_2 e^x - 2. \end{cases}$

Критерии оценки теста:

отлично - от 90% до 100% правильных ответов;

хорошо - от 75% до 90% правильных ответов;

удовлетворительно - от 55% до 75% правильных ответов;

неудовлетворительно - менее 55% правильных ответов.

Перечень заданий и задач для решения на практических занятиях

1 семестр

Алгебра

часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $A^2 + 8B^T$.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \dots$

и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB=C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

часть 3

Задание №1. Показать, что векторы $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\vec{a}$ по этому базису: $\vec{m} = (1, -1, 2)$, $\vec{n} = (2, 0, 3)$, $\vec{p} = (-2, -1, 1)$, $\vec{a} = (5, -4, 13)$.

Задание №2. Даны векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$\vec{m} = (28, -8, 8), \vec{n} = (-21, 6, -6), \vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}, \vec{b} = 2\vec{n} - \vec{m}.$$

Задание №3. Найти $|\vec{a}|$, если $|\vec{m}| = 6\sqrt{2}$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ$, $\vec{a} = 6\vec{n} - \vec{m}$.

Задание №4. Дан $\triangle ABC$. Найти $\angle B$, если $A(1; -1; 2)$, $B(3; 3; 2)$, $C(7; 1; 2)$.

Задание №5. При каких x векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны?

$$\vec{a} = (x; 1; -4), \vec{b} = (x-3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$\vec{a} = 2\vec{m} - 5\vec{n}, \vec{b} = \vec{m} + \vec{n}, |\vec{m}| = 12, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если $A(7; 2; -3)$, $B(6; 5; 1)$, $C(0; -2; -7)$.

Задание №8. Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\vec{a}(1; -1; 5), \vec{b}(2; 4; -2), \vec{c}(3; 0; 1).$$

Геометрия

часть 4

Задание №1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $\vec{q}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\vec{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3;5)$, $\vec{q}(1;3)$, $B(0;5)$, $\vec{n}(-3;4)$.

Задание №2. Дана прямая l_1 . Прямая l_2 проходит через точки A и B . Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3 .

$$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} \quad A(4;0), B(7;3), \quad l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$$

Задание №3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α , проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\vec{n}$, если $M_0(0; 1; 7)$, $A(2; -1; 4)$, $\vec{n}(6; 22; -3)$.

Задание №4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β , проходящей через точки A , B и C , если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0$, $A(5; 2; 5)$, $B(3; 7; 0)$, $C(-4; -3; -1)$.

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x + 2y - 9z - 10 = 0; \\ 3x + 4y + 8z - 24 = 0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание №7. Прямая l_1 проходит через точки A и B . Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α . Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A(9; -3; 1), B(4; 4; -5), M(-1; 11; -11), \quad \alpha: 2x + 3y - z - 1 = 0.$$

часть 5

Задание №1. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №2. Привести уравнение кривой $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

Задание №3. Для линейного оператора A заданы образы базисных элементов $A\vec{e}_1, A\vec{e}_2, A\vec{e}_3$. Записать матрицу оператора A в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ и найти образ элемента $\vec{x}$.

$$A\vec{e}_1 = 7\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3, \quad A\vec{e}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \quad A\vec{e}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,$$

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Задание №4. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

Устный опрос

1 семестр

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.

5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
26. Понятие переменной величины и области ее изменения.
27. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
28. Определение и типы числовой последовательности.
29. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
30. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
31. Второй замечательный предел.
32. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
33. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
34. Первый замечательный предел.
35. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
36. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
37. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
38. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
39. Таблица производных основных элементарных функций.
40. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
41. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
42. Производная параметрически заданной функции.
43. Производная функции, заданной неявно.

44. Дифференцирование сложной показательной функции.
45. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
46. Производные и дифференциалы высших порядков.
47. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
48. Правило Лопиталя.
49. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
50. Асимптоты графика функции.
51. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
52. Достаточные условия экстремума.
53. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
54. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
55. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
56. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
57. Общая схема построения и исследования графика функции.

Критерии оценки устного опроса (собеседования)

Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, умеет применять теоретические сведения для анализа практического материала, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент ориентируется в теоретическом материале; имеет представление об основных подходах к излагаемому материалу, но затрудняется в ответах на некоторые вопросы; знает определения основных теоретических понятий излагаемой темы, но не в полной мере отражает суть рассматриваемой проблемы, в основном умеет применять теоретические сведения для анализа практического материала, в основном демонстрирует готовность применять теоретические знания в практической деятельности и освоение большинства показателей формируемых компетенций.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если показаны недостаточные знания теоретического материала, основных понятий излагаемой темы, не всегда с правильным и необходимым применением специальных терминов, понятий и категорий; анализ практического материала был нечёткий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случаях, когда не выполнены условия, позволяющие выставить оценку «удовлетворительно».

отлично - от 90% до 100% правильных ответов;

хорошо - от 75% до 90% правильных ответов;

удовлетворительно - от 55% до 75% правильных ответов;

неудовлетворительно - менее 55% правильных ответов.

Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Электростальский институт (филиал)
Московского политехнического университета

Факультет **Технологический**

Кафедра **ПМиИ**

Дисциплина **Математика**

Направление (специальность) **22.03.02 Металлургия**

Курс 2, группа **ДОД-21**, форма обучения **очная**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1.

1. Вопрос
2. Задача
3. Задача

Автор **Н.Н. Караваева**