

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

**/ ЭЛЕКТРОСТАЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА /**



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

Направление подготовки/специальность
08.03.01 Строительство

Профиль/специализация
Промышленное и гражданское строительство

Квалификация
Бакалавр

Формы обучения
Очная, очно-заочная

Электросталь, 2026 г.

Разработчик:

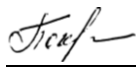
Доцент, к.т.н.

П.Л. Алексеев

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Гуманитарные науки и межкультурные коммуникации»

Кандидат экономических наук



Т.И. Покровская

Содержание

1	Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине	4
2	Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3	Структура и содержание дисциплины	5
3.1	Виды учебной работы и трудоемкость	5
3.1	Тематический план изучения дисциплины	5
3.2	Содержание дисциплины	6
3.3	Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий	7
3.4	Тематика курсовых проектов (курсовых работ)	7
4	Учебно-методическое и информационное обеспечение	7
4.1	Нормативные документы и ГОСТы	7
4.2	Основная литература	7
4.3	Дополнительная литература	8
4.4	Электронные образовательные ресурсы.....	8
4.5	Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение	8
4.6	Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	8
5	Материально-техническое обеспечение	9
6	Методические рекомендации.....	9
6.1	Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения	9
6.2	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	9
7	Фонд оценочных средств.....	11
7.1	Методы контроля и оценивания результатов обучения.....	11
7.1	Шкала и критерии оценивания результатов обучения.....	11
7.2	Оценочные средства	13

1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К целям освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- освоение обучающимися основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у обучающихся требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К задачам освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- воспитание у обучающихся общей математической культуры;
- приобретение обучающимися широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности обучающихся к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- формирование у обучающихся навыков самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку обучающихся к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать приобретенные математические методы в профессиональной деятельности.

Планируемые результаты обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основы линейной алгебры, необходимые для постановки и решения экономических задач.

Уметь: выбирать алгоритм решения задачи; применять методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; анализировать результаты решения задач, грамотно оформлять ход решения задач.

Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Освоение дисциплины «Линейная алгебра» базируется на школьном (общеобразовательном) курсе математики. Для освоения дисциплины обучающийся должен знать основные базовые понятия курса алгебры, геометрии и начал анализа.

Дисциплины, для которых освоение дисциплины «Линейная алгебра» необходимо

как предшествующее: Математический анализ, Экономическая статистика.

3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

3.1 Виды учебной работы и трудоемкость (по формам обучения)

3.1.1 Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры	
			1	
1	Аудиторные занятия	28	28	
	в том числе:			
1.1	Лекции	14	14	
1.2	Семинарские/практические занятия	14	14	
1.3	Лабораторные занятия	-	-	
2	Самостоятельная работа	80	80	
3	Промежуточная аттестация	экзамен	экзамен	
	Итого	108	108	

3.2 Тематический план изучения дисциплины (по формам обучения)

3.2.1 Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Разделы/темы дисциплины	Всего	Трудоемкость, час				
			Аудиторная работа				Само- стоя- тель- ная работа
			Лек- ции	Семи- нарские/ практи- ческие занятия	Лабора- торные заня- тия	Прак- тиче- ская подго- товка	
1	Раздел 1. Элементы ли- нейной алгебры						
1.1	Тема 1. Матрицы и опре- делители		2	2	-	-	10
1.2	Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений		2	2	-	-	10
2	Раздел 2. Элементы век- торной алгебры.						
2.1	Тема 3. Линейные опера- ции над векторами, их свойства		2	2	-	-	10
2.2	Тема 4. Скалярное, век- торное и смешанное про- изведения векторов, их свойства.		1	1	-	-	10
2.3	Тема 5. Линейные про- странства		1	1	-	-	10
3	Раздел 3. Комплексные						

	числа и многочлены						
3.1	Тема 6. Особенности комплексных чисел и многочленов		2	2	-	-	10
4	Раздел 4. Аналитическая геометрия						
4.1	Тема 7. Прямые и плоскости		2	2	-	-	10
4.2	Тема 8. Кривые и поверхности второго порядка.		2	2	-	-	10
	Итого	108	14	14	-	-	80

3.3 Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Введение Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами.

Тема 1. Матрицы и определители. Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка. Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 3. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по базису. Ортонормированный базис.

Тема 4. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

Тема 5. Линейные пространства. Понятие базиса пространства геометрических векторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Тема 6. Особенности комплексных чисел и многочленов. Понятие комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Формула Муавра. Извлечение корня n -ой положительной степени из комплексного числа. Разложение многочлена на множители. Основная теорема алгебры.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.

Тема 7. Прямые и плоскости. Различные типы уравнений плоскости и уравнений прямой (на плоскости и в пространстве). Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

Тема 8. Кривые и поверхности второго порядка. Кривые второго порядка, их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конуса, гиперboloида, параболоида.

3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

3.4.1 Семинарские/практические занятия

Раздел 1. Элементы линейной алгебры.

1. Матрицы, действия над матрицами. Определители, их свойства и вычисление.
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

3. Линейные операции над векторами, их свойства.
4. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

5. Действия над комплексными числами. Разложение многочлена на множители.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

6. Различные типы уравнений плоскости и прямой на плоскости и в пространстве.
7. Простейшие задачи аналитической геометрии (вычисление расстояний и углов).

3.4.2 Лабораторные занятия

Не предусмотрены учебным планом

3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ)

Не предусмотрены учебным планом

4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1 Нормативные документы и ГОСТы

Не предусмотрены

4.2 Основная литература

1. Заболотский В.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия (учебный комплекс): учебное пособие, 2-е изд. Стер. М.: Изд-во ИНФРА-М, 2022. 309 с. (Высшее образование: бакалавриат).
2. Сиротина И.К. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: интерактивный курс: учебное пособие для вузов. СПб, Изд-во Лань, 2022. 180 с.
3. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535848> (дата обращения: 26.11.2024).

4.3 Дополнительная литература

1. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Дашков и К, 2017. - 510 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/93522>. - Загл. с экрана.] .
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. Глав.ред-ия физико-матем.лит-ры, 1988. 224 с. 4. Беклемишев, Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2014. - 192 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/59632>. - Загл. с экрана.]
4. Гопенгауз Б.Р. Высшая математика. Интегральное исчисление функций одной переменной. Учебное пособие. - Электросталь, ЭПИ МИСиС, 2011. - 130 с.
5. Дудникова Т.В., Караваева Н.Н. Высшая математика. Раздел: Аналитическая геометрия (методическое пособие № 952) - Электросталь: ЭПИ МИСиС, 2008.- 68 с.
6. Караваева Н.Н., Попова М.А. Высшая математика. Разделы: Комплексные числа. Дифференциальные уравнения. Ряды. - ЭПИ МИСиС, ТУ, 2005. - 119 с.

4.4 Электронные образовательные ресурсы

1. ЭОР Линейная и векторная алгебра <https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3368>
2. ЭОР Аналитическая геометрия <https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=2843>
3. ЭОР Линейная алгебра и аналитическая геометрия <https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=462>
4. Научная электронная библиотека «КИБЕРЛЕНИНКА» (www.cyberleninka.ru)
5. Национальная электронная библиотека (НЭБ) (<https://rusneb.ru/>)
6. Образовательная платформа ЮРАЙТ (www.urait.ru)
7. ЭБС «IPR SMART» (<https://www.iprbookshop.ru/>)
8. [Электронно-библиотечная система «Лань»](https://e.lanbook.com/) (<https://e.lanbook.com/>)

4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

1. Операционная система Windows 7 DreamSpark № 9d0e9d49-31d1-494a-b303-612508131616
2. Офисные приложения, Microsoft Office 2013 (или ниже) – Microsoft Open License. Лицензия № 61984042
3. Microsoft Project 2013 Stadart 32- bit/x64 Russian.
4. Антивирусное ПО Avast (бесплатная версия)

4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>
2. Образовательный математический сайт Exponenta.ru <https://moeobrazovanie.ru/partners/Exponenta>
3. Высшая математика, эконометрика, задачи, решения Кузнецов, Чудесенко, Рябушко <https://www.reshebnik.ru/>

5 Материально-техническое обеспечение

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
Учебная аудитория лекционного типа № 1501, учебно-лабораторный корпус	Комплект мебели, переносной мультимедийный комплекс (проекционный экран, проектор, ноутбук)
Учебная аудитория для занятий семинарского типа № 1401, учебно-лабораторный корпус	Комплект мебели, переносной мультимедийный комплекс (проекционный экран, проектор, ноутбук)

6 Методические рекомендации

6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, преподавателю следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра.

Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену. На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала. Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений. Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра. Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплин

Раздел 1. Элементы линейной алгебры, тема «Матрицы и определители». Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель – это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц. Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произ-

ведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$. Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A \cdot A^{-1} = E$ (должна получиться единичная матрица).

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителя с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел 2. Элементы векторной алгебры. При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису. Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел 3. комплексные числа и многочлены. В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Знать формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов. Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n -ой степени из комплексного числа. Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел. Надо знать различные виды разложения многочлена на множители для случаев, когда среди корней многочлена могут быть кратные, комплексные корни. Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел 4. Аналитическая геометрия. При изучении аналитической геометрии следует, прежде всего, понять, что ее задачей является изучение геометрических объектов при помощи аналитических методов алгебры и математического анализа. В основе такого подхода лежит метод координат, впервые систематически примененный Р. Декартом. Основные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость) являются неопределяемыми, и для

их описания применяется аксиоматический метод, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек прямой и множеством действительных чисел и, таким образом, ввести систему координат. Надо четко усвоить различные формы уравнений прямой и плоскости уметь переходить от одной формы к другой. Следует осмыслить и успешно применять решения классических задач аналитической геометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей, уметь определять углы и расстояния между различными геометрическими объектами.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Линейная алгебра», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, больше числа часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельной темы учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем определяется учебным планом. При самостоятельной работе студент взаимодействует с рекомендованными материалами при участии преподавателя в виде консультаций. Для выполнения самостоятельной работы предусмотрено методическое обеспечение. Электронно-библиотечной система (электронная библиотека) обеспечивает возможность индивидуального доступа каждого обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет.

7 Фонд оценочных средств

7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

1. текущий контроль: контрольная работа, решение задач на практических занятиях;
2. промежуточный контроль: экзамен.

7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

7.2.1. Критерии оценки ответа на экзамене

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки.

К промежуточной аттестации допускаются только студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

«5» (отлично): обучающийся демонстрирует системные теоретические знания, практические навыки решения задач, владеет терминами, делает аргументированные выводы, показывает свободное владение монологической речью и способность быстро реагировать на уточняющие вопросы.

Обучающийся на высоком уровне владеет: способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1).

«4» (хорошо): обучающийся демонстрирует прочные теоретические знания, практические навыки решения задач, владеет терминами, делает аргументированные выводы, показывает свободное владение монологической речью, но при этом делает несуществен-

ные ошибки, которые быстро исправляет самостоятельно или при незначительной коррекции преподавателем.

Обучающийся хорошо владеет:

способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1).

«3» (удовлетворительно): обучающийся демонстрирует неглубокие теоретические знания, проявляет слабо сформированные навыки решения задач, недостаточное умение делать аргументированные выводы, показывает не достаточно свободное владение монологической речью, терминами, логичностью и последовательностью изложения, делает ошибки, которые может исправить только при коррекции преподавателем.

Обучающийся на удовлетворительном уровне владеет:

способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1).

«2» (неудовлетворительно): обучающийся демонстрирует незнание теоретических основ предмета, отсутствие практических навыков решения задач, не умеет делать аргументированные выводы, показывает слабое владение монологической речью, не владеет терминами, проявляет отсутствие логичности и последовательности при решении задач, делает ошибки, которые не может исправить даже при коррекции преподавателем, отказывается отвечать на дополнительные вопросы.

Обучающийся не владеет:

способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1).

7.2.2. Критерии оценки работы обучающегося на практических занятиях

«5» (отлично): выполнены все задания, предусмотренные планом практических занятий, обучающийся четко и без ошибок ответил на все контрольные вопросы, активно работал на практических занятиях.

«4» (хорошо): выполнены все задания, предусмотренные планом практических занятий, обучающийся с корректирующими замечаниями преподавателя ответил на все контрольные вопросы, достаточно активно работал на практических занятиях.

«3» (удовлетворительно): выполнены все задания, предусмотренные планом практических занятий, с замечаниями преподавателя; обучающийся ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.

«2» (неудовлетворительно): обучающийся не выполнил или выполнил неправильно практические задания, предусмотренные планом практических занятий; студент ответил на контрольные вопросы с ошибками или не ответил на контрольные вопросы.

7.2.3. Критерии оценки контрольной работы

«5» (отлично): выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов контрольной работы и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

«4» (хорошо): выставляется студенту, если он твердо знает материал, но допускает в решении задач некоторые неточности.

«3» (удовлетворительно): выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильное использование формул при решении стандартных задач, но при этом он владеет основными понятиями выносимых на контрольную работу тем, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

«2» (неудовлетворительно): выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания выносимых на контрольную работу вопросов тем дисциплины, допускает грубые ошибки при решении типовых задач.

7.3 Оценочные средства

7.3.1 Текущий контроль

Примерные задания для решения на практических занятиях
(формирование компетенций УК-1)

Раздел 1. Элементы линейной алгебры Матрицы и системы линейных уравнений

1. Найти обратную матрицу для матрицы $\mathbf{A}$ и выполнить проверку:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему уравнений тремя способами (по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса):

$$\begin{cases} 6x + 3y + 5z = 8 \\ 3x + 2y + 4z = 9 \\ 4x + 3y + 7z = 13 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса. Если система является неопределённой, найти общее и одно из частных решений, а также общее решение соответствующей однородной системы:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$$

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

1. Даны две вершины $A(4;6)$ и $B(2;-10)$ треугольника ABC , а также точка пересечения высот $K(2;5)$. Написать уравнение стороны BC .

2. Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\vec{a} = 2\vec{m} - 5\vec{n}, \vec{b} = \vec{m} + \vec{n}, |\vec{m}| = 12, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

3. Найти внешний угол A треугольника ABC , где $A(1; 2;-1)$, $B(0; 2;-5)$, $C(3;-1; 2)$.

4. Даны векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$\vec{m} = (28, -8, 8), \vec{n} = (-21, 6, -6), \vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}, \vec{b} = 2\vec{n} - \vec{m}.$$

5. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 3; 1\}$, $\vec{b} = \{0; 2;-1\}$, $\vec{c} = \{3; 2; 1\}$. Найти $np_{\vec{a}+\vec{b}}(\vec{a} \times \vec{c})$.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

1. Вычислить: 1) $(3 - 2i) + (5 + 3i)$;

- 2) $(1 + 2i) - (3 - i)$; 3)

- $3(2 - i) \cdot (1 - i)$;

- 4) $(1 + 3i)(-7 + 2i)$;

- 5) $(2 - i)^2$; 6) $(1 + 2i)^3$.

2. Найти решение уравнений ($x, y \in \mathbb{R}$):

1) $(1 + i)x + (2 + i)y = 5 + 3i$;

2) $2x + (1 + i)(x + y) = 7 + i$;

3) $(3 - y + x)(1 + i) + (x - y)(2 + i) = 6 - 3i$

Раздел 4. Аналитическая геометрия

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямые $\frac{x-1}{2} = y+2 = \frac{z}{0}$ и

$$\frac{x+4}{2} = y = \frac{z-2}{0}.$$

2. Даны три вершины треугольника $A(1;2)$, $B(2;-4)$ и $C(3;-7)$. Найти расстояние от вершины A до высоты, опущенной из вершины C .

3. Даны две вершины $A(4;6)$ и $B(2;-10)$ треугольника ABC , а также точка пересечения высот $K(2;5)$. Написать уравнение стороны BC .

4. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$; $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$ и $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \pi/4$.

5. Написать уравнение касательной к окружности $x^2 + y^2 = 1$, проходящей через точку $A(1;0)$.

Примерные варианты контрольных работ

(формирование компетенций УК-1)

№1

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

1. Найти матрицу обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(б) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а). Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

$$(a) \begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 3x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^3 + 3x_4^4 = 3 \end{cases}$$

$$(б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1^2 + 7x_2^2 - x_3^3 = 13 \end{cases}$$

№2

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$$\vec{x} = \{5, -12, 1\}, \quad \vec{p} = \{1, -3, 0\}, \quad \vec{q} = \{1, -1, 1\}, \quad \vec{r} = \{0, -1, 2\}$$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$$\vec{a} = \{2, 0, 1\}, \quad \vec{b} = \{-2, 3, 1\}, \quad \vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}, \quad \vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$$

2. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1A_2A_3A_4$

$$A_1(-2, 4, 8), A_2(4, -1, 2), A_3(-8, 7, 10), A_4(-3, 4, -2)$$

Найти:

а) угол между ребрами

б) объем пирамиды A_1A_2, A_1A_4

в) длину высоты опущенной на грань $A_1A_2 A_3$

г) найти длину медианы, проведенную из вершины A_1 к ребру A_2A_3

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{q}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

№3

1. Найти сумму комплексных чисел $z_1 = 2 - i$ и $z_2 = -4 + 3i$.

2. Найти произведение комплексных чисел $z_1 = 2 - 3i$ и $z_2 = -4 + 5i$

3. Найти частное z от деления $z_1 = 3 - 2$ на $z_2 = 3 - i$.

4. Решить уравнение: $3x - (1 - i)(x - yi) = 2 + 3i$, x и $y \in \mathbb{R}$.

5. Вычислить $-3z$, если $z = 1 - i$.

6. Найти модуль комплексных чисел $z_1 = 4 - 3i$ и $z_2 = -2 - 2i$.

№4

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости $(M_1M_2M_3)$:

$$M_0(-9; 10; 2), M_1(0; 7; -4), M_2(4; 8; -1), M_3(-2; 1; 3)$$

2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и $x + y + 2z - 9 = 0$.

4. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l : $P(0; -1; 3)$ и

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$$

5. Написать уравнение плоскости α , проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2) : $M_0 (3;2;0)$, $M_1 (4;1;5)$, $M_2 (2;-1;4)$.

3. Найти косинус угла между плоскостями α_1 и α_2

$$\alpha_1 : 3x - y + 3 = 0, \alpha_2 : x - 2y + 5z - 10 = 0$$

7.3.2 Промежуточная аттестация

Примерные вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»
(формирование компетенций УК-1)

1. Матрицы, типы матриц.
 2. Операции с матрицами, их свойства.
 3. Умножение прямоугольных матриц.
 4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
 5. Определители и их свойства.
 6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
 7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
 8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
 9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
 10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
 11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
 12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
 13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
 14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
 15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
 16. Линейная комбинация векторов.
 17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
 18. Понятие базиса. Координаты вектора.
 19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
 20. Упорядоченная тройка векторов.
 21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
 22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
 23. Линейные пространства.
 24. Матрица перехода от базиса к базису.
 25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
- Аналитическая геометрия
1. Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.
 2. Полярная система координат.
 3. Различные типы уравнений плоскости и прямой.
 4. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.
 5. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.
 6. Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.
 7. Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
 8. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.
 9. Уравнение поверхности второго порядка.
 10. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов.